

### Taylorentwicklungen von $e^{-1/x^2}$

Es sei

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass  $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ , und  $f^{(n)}(0) = 0$  für jedes  $n \in \mathbb{N}$ .

Hinweis: Zeigen Sie durch Induktion, dass für  $x \neq 0$

$$f^{(n)}(x) = p_n \left( \frac{1}{x} \right) e^{-\frac{1}{x^2}}$$

gilt, für gewisse Polynome  $p_n$ , ( $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ).